

**Atelier régional sur les projections de population**  
**Dakar, 28 novembre – 2 décembre 2016**

# **Séance 2**

## **Aperçu sur les méthodes de projection**

**François Pelletier & Thomas Spoorenberg**  
Division de la Population, DESA, Nations Unies

[www.unpopulation.org](http://www.unpopulation.org)

# Plan

- I. Choisir une méthode de projection
- II. Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances
- III. Projections par la méthode des composantes
- IV. Présentations des pays sur leur expérience en matière de projections de population



# I. Choisir une méthode de projection

Atelier régional sur les projections de population  
Dakar, 28 Novembre – 2 Décembre 2016



# Critères pour choisir une méthode de projection

## 1. Résultats souhaités

- Etendue de l'horizon temporel → court terme (e.g. prochaines 5 années), moyen terme, long terme
- Détails souhaités → population totale, grands groupes d'âge, groupes d'âge quinquennaux, âge simple, pour certains groupes

## 2. Données nécessaires

- Disponibilité des données
- Qualité des données
- Données manquantes → hypothèses plausibles?

## 3. Outils de projection



## II. Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

Atelier régional sur les projections de population  
Dakar, 28 Novembre – 2 Décembre 2016



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

- Repose sur la continuation des tendances historiques observées
- Modèles mathématiques sont appliqués aux données historiques et utilisés ensuite pour projeter la population
- Les données historiques (e.g. taux de croissance) peuvent être 'empruntées' à d'autres populations
- Ces méthodes s'appliquent généralement à la population totale



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Usage indiqué

- Lorsque la croissance de la population est relativement régulière
- Lorsque le passé est un bon prédicteur des tendances futures
- >> lorsque l'on peut supposer que les taux et la structure par âge sont constants, ou si la seule chose connue pour une population est son effectif total

## Usage non-indiqué

- Lorsque la structure par âge présente des caractéristiques particulières
- Lorsque des changements socio-économiques importants sont prévus ou attendus sur la base des expériences récentes d'autres populations

Généralement pas très utile d'un point de vue de formulation de politique. Peut être utilisé afin de rapidement obtenir une estimation ou à des fins de comparaison; pas vraiment recommandé pour produire des projections de population officielles.



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

Méthodes nécessitant deux points dans le temps → période de base (une année initiale et une année de départ)

- Croissance linéaire
- Croissance géométrique
- Croissance exponentielle

Méthodes nécessitant des données pour plusieurs années

- Courbe logistique
- Autres (tendances linéaires, courbe polynomiale, méthode ARIMA)

Méthodes basées sur l'extrapolation de rapport (*Ratio extrapolation methods*)

→ La population d'une aire géographique plus petite est exprimée comme la proportion d'une aire plus grande à laquelle elle appartient

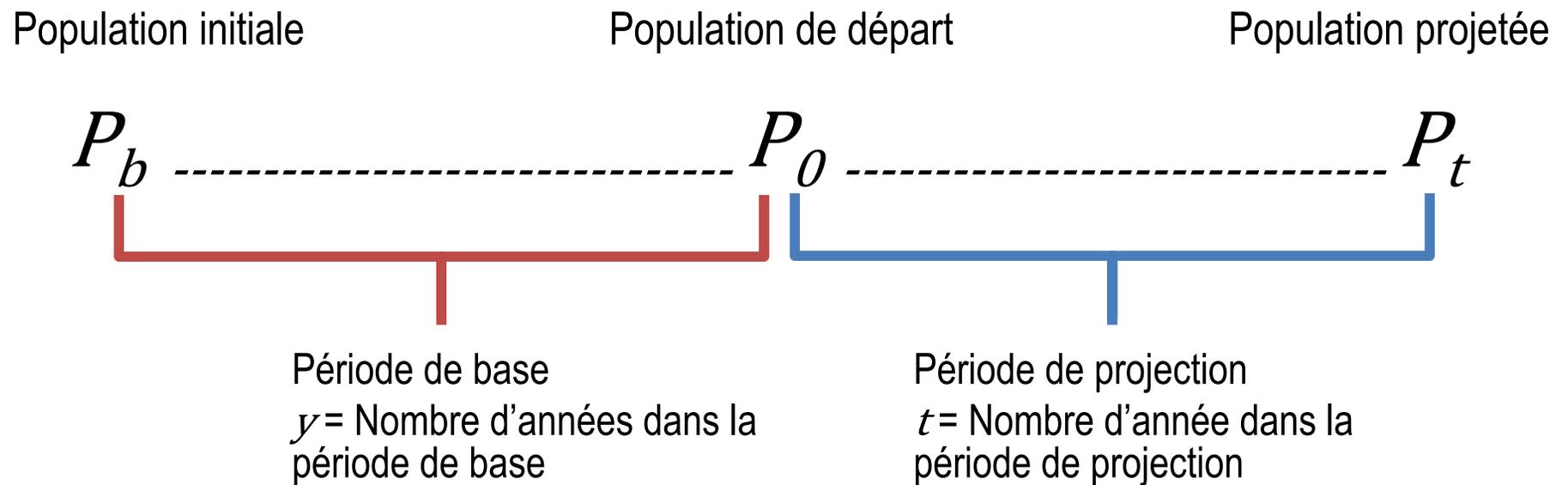
- Proportion constante, proportion qui fluctue, proportion de la croissance

Source: Siegel & Swanson (2004), Chapter 21



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

[Terminologie pour la partie sur les méthodes basées sur l'extrapolation des tendances]



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance linéaire

### Hypothèses

- La population change par la **même quantité absolue** (constante) par unité temporelle (e.g. une année) >> un changement relatif qui décroît
- Le changement s'opère à la fin de chaque unité temporelle

### Procédure

- Calculer la variation moyenne absolue ( $\Delta$ ) au cours de la période de base
- Appliquer la même quantité pour chaque unité temporelle jusqu'à l'année de fin de la projection



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance linéaire

### Calcul

$\Delta$  = variation annuelle de l'effectif de la population

$$\Delta = (P_0 - P_b) / y$$

$P_t$  = Population projetée

$$P_t = P_0 + \Delta t$$

Avec :

$P_0$  = Population de départ

$P_b$  = Population initiale (période de base)

$y$  = Nombre d'années au cours de la période de base

$t$  = Nombre d'années de la période de projection (entre année de départ et année de fin de projection)



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance géométrique

### Hypothèses

- La population change par le **même taux (pourcentage)** par unité temporelle (e.g. une année)
- Le changement s'opère à intervalles distincts

### Procédure

- Calculer le taux géométrique de variation annuelle moyenne  $r$
- Appliquer ce taux à la population à la population de départ



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance géométrique

### Calcul

$r$  = taux géométrique de variation annuelle moyenne

$$r = \left[ \left( \frac{P_0}{P_b} \right)^{1/y} \right] - 1$$

$P_t$  = Population projetée

$$P_t = P_0 * (1 + r)^t$$

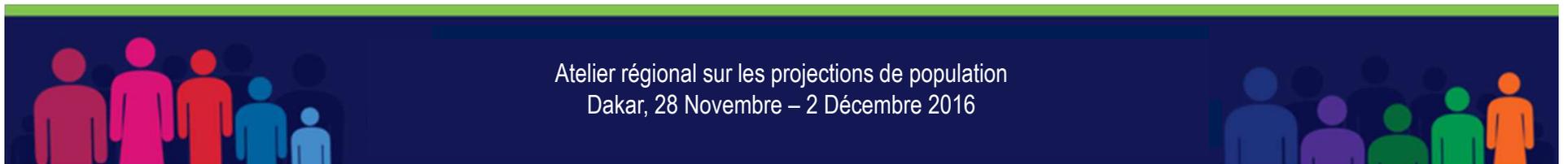
Avec :

$P_0$  = Population de départ

$P_b$  = Population initiale (période de base)

$y$  = Nombre d'années au cours de la période de base

$t$  = Nombre d'années de la période de projection (entre année de départ et année de fin de projection)



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance exponentielle

### Hypothèses

- Donne des résultats similaires à la croissance géométrique, **mais** le changement s'opère de façon continue

### Procédure

- Calculer le taux exponentiel de variation annuelle moyenne  $r$
- Appliquer ce taux à la population de départ



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance exponentielle

### Calcul

$r$  = Taux exponentiel de variation annuelle moyenne

$$r = [\ln(P_0/P_b)] / y$$

$P_t$  = Population projetée

$$P_t = P_0 * e^{rt}$$

Avec :

$P_0$  = Population de départ

$P_b$  = Population initiale (période de base)

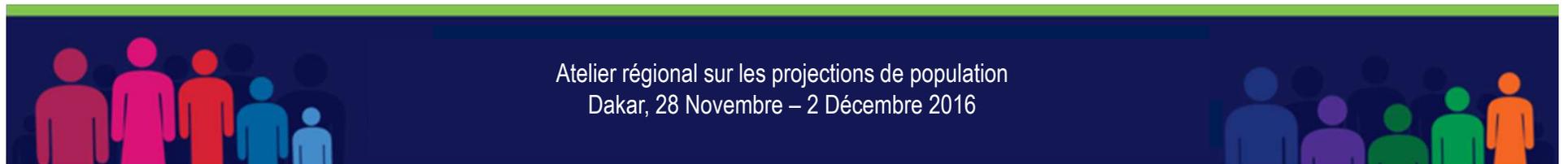
$y$  = Nombre d'années au cours de la période de base

$e$  = Base du système des logarithmes naturels

$t$  = Nombre d'années de la période de projection (entre année de départ et année de fin de projection)

- On peut remarquer que :

$$(1 + rt) \leq (1 + r)^t \leq e^{rt}$$



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance exponentielle

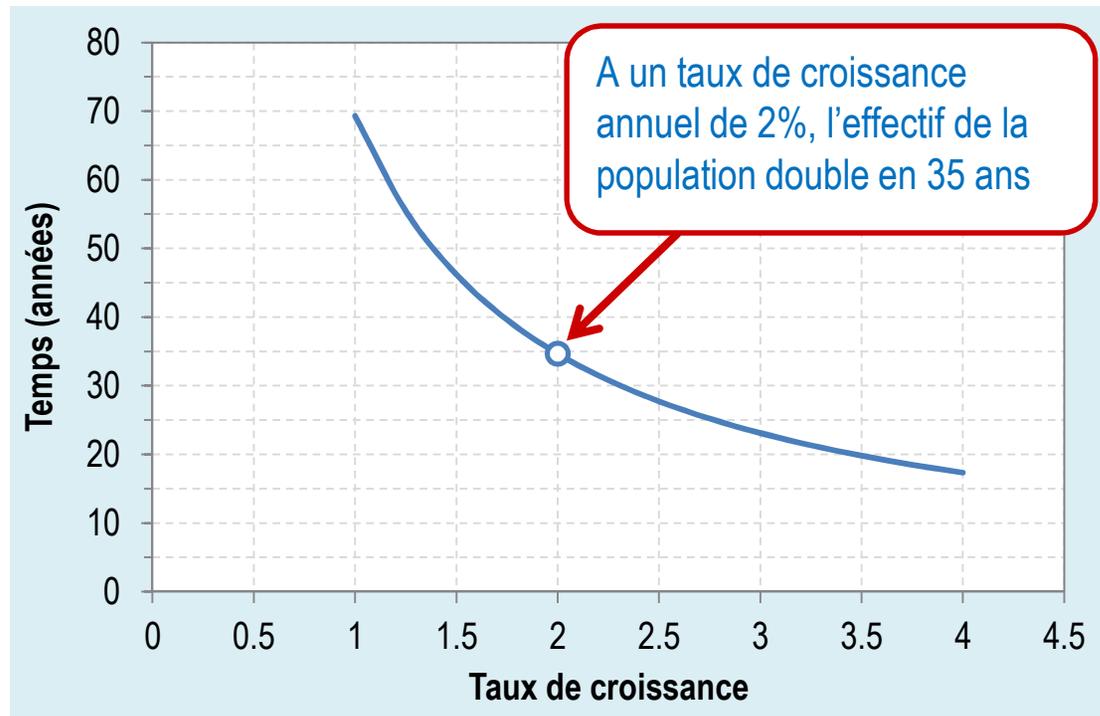
Temps nécessaire pour qu'une population ( $P_0$ ) double ( $2P_0$ ), selon un taux de croissance connu

$$2P_0 = P_0 e^{rt}$$

$$2 = e^{rt}$$

$$\ln 2 = rt$$

$$t = \frac{\ln 2}{r}$$



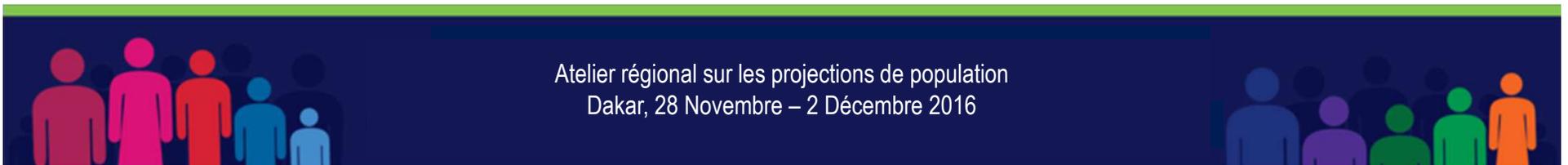
# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance logistique

La fonction logistique :

- Présente une forme en 'S'
  - >> décrit un processus de diffusion où un nouveau comportement est progressivement adopté dans une population
- Peut être utilisée comme modèle pour représenter le comportement de diverses populations et phénomènes démographiques
- Croissance démographique : tendance présentant des gains de plus en plus importants jusqu'à un seuil maximum. Passé ce seuil, la croissance diminue jusqu'à un minimum où elle devient négligeable
  - >> des limites existent à la croissance démographique

La fonction logistique est utilisée pour projeter le niveau de l'espérance de vie à la naissance et de l'indicateur synthétique de fécondité (croissance à partir d'un niveau de départ avant d'atteindre une asymptote maximale ou minimale)



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

## Croissance logistique

### Calcul

$$P_t = \frac{a}{[1 + b(e^{-ct})]}$$

Avec :

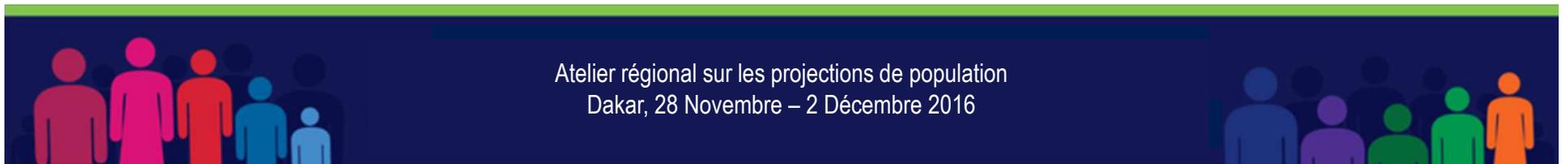
$a, b, c$  >> trois paramètres

$a$  = l'asymptote maximale

$b$  &  $c$  = définissent la forme de la courbe logistique

$t$  = temps

Déterminer la valeur de l'asymptote maximale ( $a$ ) et le temps ( $t$ ) nécessaire pour l'atteindre



# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

- De façon générale, la fonction logistique est exprimée comme suit:

①

$$P(t) = \frac{k}{1 + \exp[-\alpha(t - \beta)]}$$

$k$  = asymptote (niveau de saturation)

$\beta$  = Durée jusqu'au point du milieu =  $t_m$

$\alpha$  = taux de croissance de la courbe

②

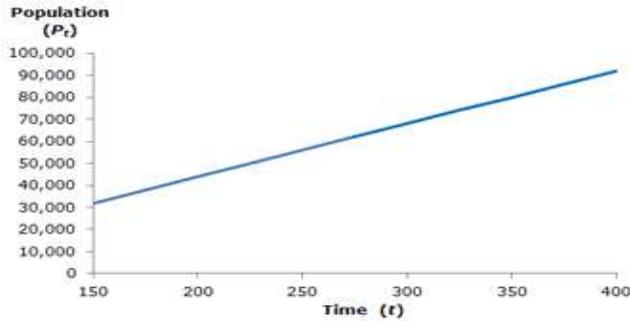
$$P(t) = \frac{k}{1 + \exp\left[-\frac{\ln(81)}{\Delta t}(t - t_m)\right]}$$

where:  $\Delta t = \frac{\ln(81)}{\alpha}$

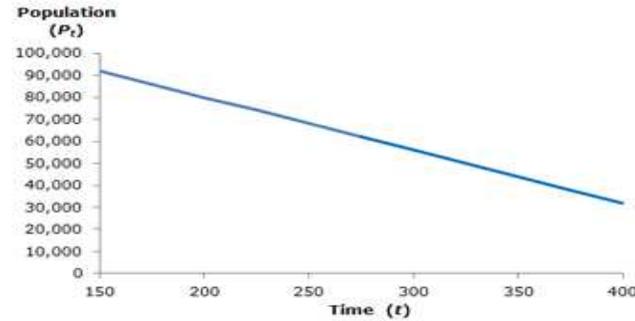
Durée de la croissance pour passé de 10% à 90% de ( $k$ )

# Méthodes basées sur l'extrapolation des tendances

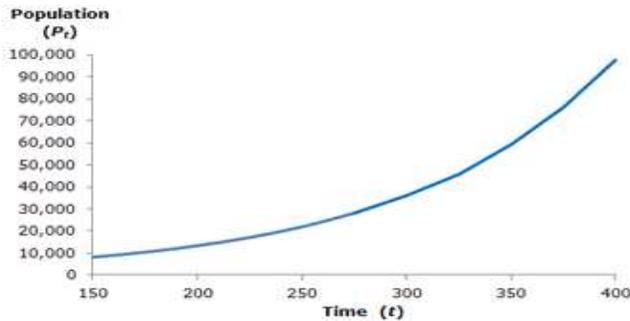
### Croissance arithmétique ou linéaire



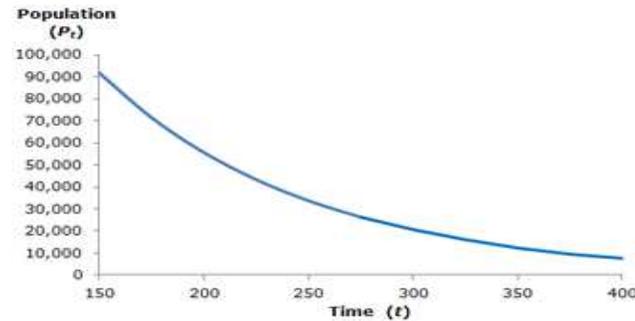
### Déclin arithmétique ou linéaire



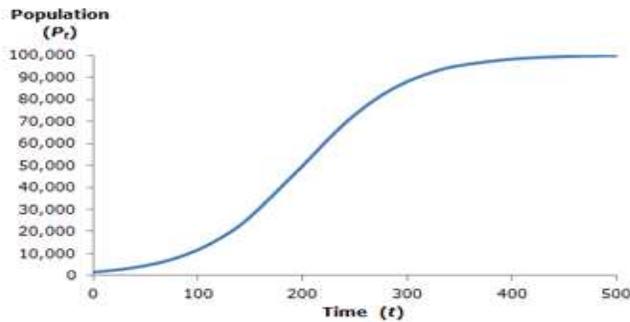
### Croissance exponentielle



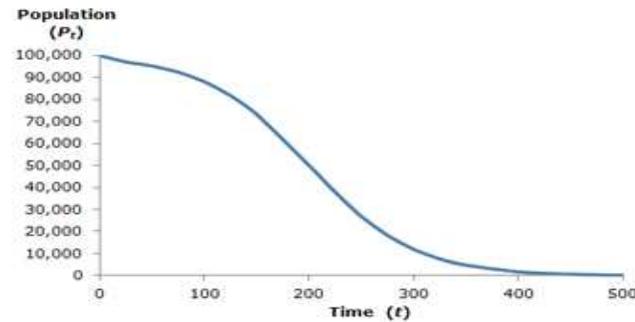
### Déclin exponentielle



### Croissance logistique



### Déclin logistique



Source:  
<http://papp.iussp.org>



### III. Projections par la méthode des composantes

Atelier régional sur les projections de population  
Dakar, 28 Novembre – 2 Décembre 2016



# Méthode des composantes *(Cohort component method ou CCM)*

- La méthode la plus largement utilisée qui tient compte de la distribution par âge
- Avantage de tenir compte de la distribution par âge
  - a) Concept du bilan démographique
  - b) Données nécessaires
  - c) Mise en application du modèle, exemple



# Concept du bilan démographique



( Période de projection  
 $P_t$  \_\_\_\_\_  $P_{t+n}$  )

$$P_{t+n} = P_t + B_{t,t+n} - D_{t,t+n} + I_{t,t+n} - E_{t,t+n}$$

$$P_{t+n} - P_t = B_{t,t+n} - D_{t,t+n} + I_{t,t+n} - E_{t,t+n}$$

$P_t$  = Population au temps t

$B_{t,t+n}$  et  $D_{t,t+n}$  = Nombre de naissance et décès durant l'intervalle t et t + n

$I_{t,t+n}$  et  $E_{t,t+n}$  = Nombre d'immigrants et d'émigrants durant le même intervalle



# Méthode des composantes (CCM) pour l'estimation de la population



La population énumérée lors d'un premier recensement est projetée à la date du second recensement en se basant sur les estimations intercensitaires de fécondité, mortalité et migration. La population obtenue par la projection est comparée à celle énumérée lors du second recensement.

## Données nécessaires

1. Population par âge et sexe énumérées aux deux recensements
2. Taux de fécondité par âge pour les femmes âgées de 15 à 49 ans, représentatif du niveau et du schéma de la fécondité durant la période intercensitaire
3. Taux de survie pour chaque sexe, représentatifs des conditions de mortalité durant la période intercensitaire
4. Une estimation du rapport de masculinité à la naissance
5. Estimations du niveau et du schéma par âge de la migration internationale nette durant la période intercensitaire (si la migration est importante)



# Méthode des composantes (CCM) pour ~~l'estimation de la population~~ **la projection**

## Données nécessaires

1. Population par âge et sexe ~~énumérées aux deux recensements~~ **au départ de la projection**
2. Taux de fécondité par âge pour les femmes âgées de 15 à 49 ans, ~~représentatif du niveau et du schéma de la fécondité durant la période intercensitaire~~
3. Taux de survie pour chaque sexe, ~~représentatifs des conditions de mortalité durant la période intercensitaire~~
4. Une estimation du rapport de masculinité à la naissance
5. Estimations du niveau et du schéma par âge de la migration internationale nette ~~durant la période intercensitaire~~ (si la migration est importante)

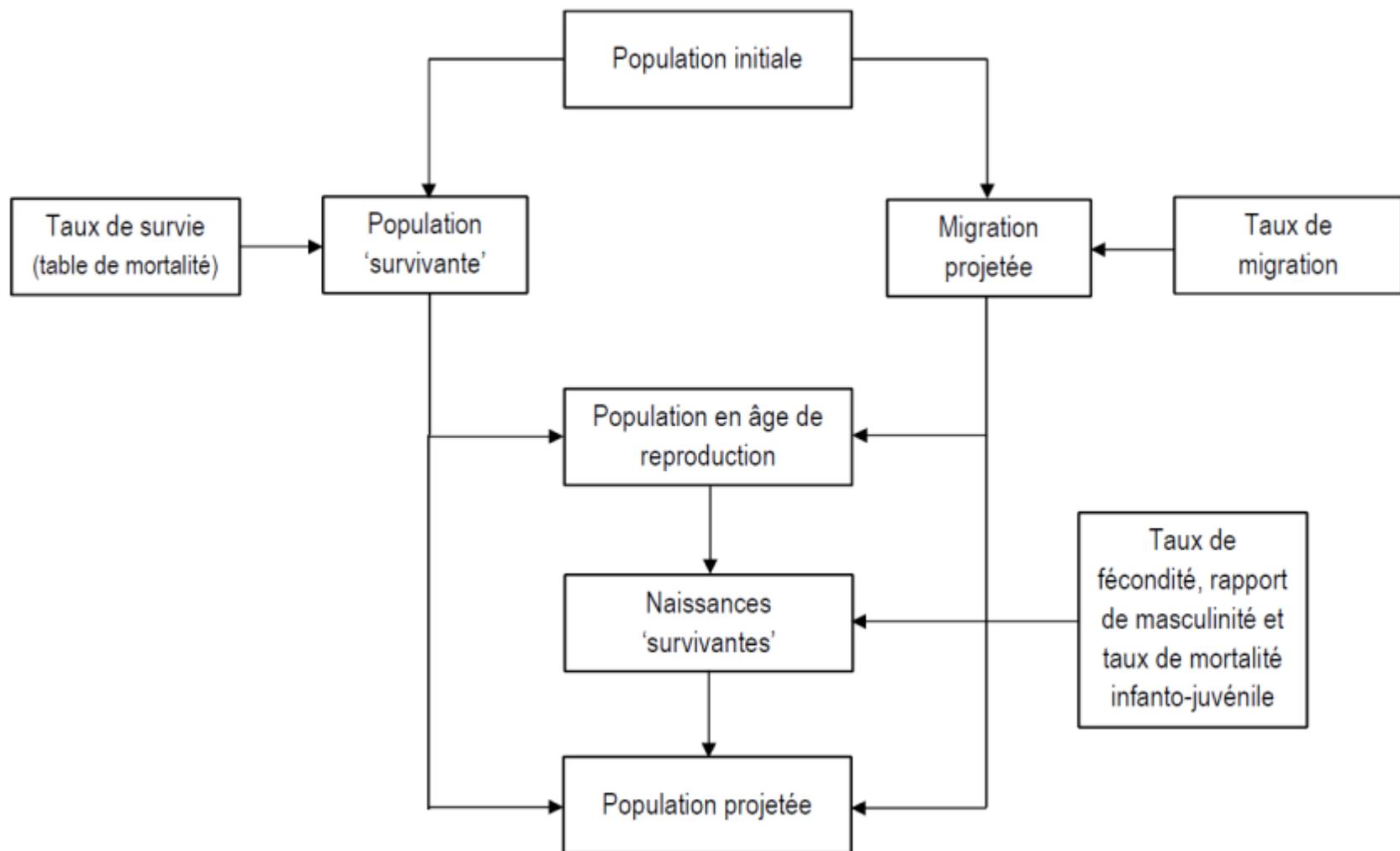


## CCM – Aperçu des procédures de calcul

1. “Survivre” la distribution par âge du recensement initial en date du second recensement
  - a) Multiplier chaque groupe d’âge par le taux de survie donné par la table de mortalité
  - b) Le dernier groupe d’âge ouvert requiert une attention particulière
2. Procéder aux éventuels ajustements nécessaires pour la migration
3. Calculer le nombre total de naissances (par sexe) durant la période
4. Appliquer les taux de survie de la table de mortalité à ces naissances pour obtenir le nombre de naissances observé au second recensement
5. Obtention d’une population par âge et sexe



# Aperçu de la méthode des composantes



## Méthode des composantes : Taux de survie ( $S_{x,x+n}$ )

- Les taux de survie indiquent combien de personnes d'un groupe d'âge donné vont atteindre le groupe d'âge suivant s'ils sont soumis aux taux de mortalité à la base de la table de mortalité
- Calculés à partir de deux valeurs de  ${}_5L_x$  attenantes dans la table de mortalité

${}_5L_x$  représente le nombre de personnes-années vécues dans chaque groupe d'âge dans une table de mortalité

- En d'autres termes,  $S_{x,x+n}$  est le taux de survie des personnes âgées de  $x, x+n$  en début de l'intervalle de projection  $t, t+n$
- $S_{x,x+n}$  sont utilisés pour projeter la population de chaque groupe d'âge **en début d'intervalle** pour estimer le **nombre encore en vie** en début de l'intervalle suivant

$$P_{x+n}(t+n) = P_x(t) * S_{x,x+n}$$

## Méthode des composantes : Taux de survie ( $S_{x,x+n}$ )

$$S_{x,x+n} = \frac{{}_n L_{x+n}}{{}_n L_x}$$

Pour tous les groupes d'âge, à l'**exception** du **premier** et du **dernier**

$$S_{b,0} = \frac{{}_n L_0}{n \times l_0}$$

Pour le **premier groupe d'âge**

$${}_{\infty} P_{85}(t+n) = [{}_5 P_{80}(t) + {}_{\infty} P_{85}(t)] \times \frac{T_{85}}{T_{80}}$$

Pour le **dernier groupe d'âge**

# Méthode des composantes : Note sur la migration internationale

## **Hypothèse sur la migration internationale** (pour les populations ouvertes)

- Si la migration internationale est importante, la population qui survit doit être ajustée pour tenir compte de l'effet de la migration
- Hypothèses sont formulées en termes de nombres absolus et non de taux (lien avec les politiques)
- Les migrants sont également exposés aux risques de procréer et aux risques de décès
- >> Les migrants sont soumis aux mêmes niveaux et schéma de fécondité et de mortalité que la population non-migrante/d'accueil

On fait l'hypothèse que les migrations nettes sont distribuées également durant l'intervalle de projection et qu'elles ont lieu au milieu de l'intervalle de projection



# Méthode des composantes – Exemple

Une projection simple par la méthode des composantes,  
Population féminine du "Westlands", de 2010 à 2015

La population est exprimée en milliers

1. Survivre la population par âge et sexe

$$S_{x,x+n} = \frac{n L_{x+n}}{n L_x}$$

Premier groupe d'âge (0-4 → 5-9)  
= 1,084 \* (459092 / 469097) = 1,061

2. Ajuster pour la migration  
= 1061 - 0.9 = 1,060

3. Survivre la population du dernier groupe d'âge ouvert :

$${}_{\infty}P_{85}(t+n) = [{}_5P_{80}(t) + {}_{\infty}P_{85}(t)] \times \frac{T_{85}}{T_{80}}$$

= (18+6) \* 39221 / (39221 + 91395) = 7

Age group	Population in 2010	Person-years lived - ${}_5L_x$ ( $e_0=64$ )	Net migrant population	Population in 2015
0-4	1,084	469097	-2.1	1,060
5-9	922	459092	-0.9	912
10-14	793	454840	-0.8	782
15-19	706	450962	-4.0	690
20-24	623	445347	-6.9	607
25-29	528	438622	-6.4	515
30-34	442	431379	-4.7	431
35-39	355	423529	-3.1	345
40-44	277	414509	-2.0	268
45-49	223	403997	-1.3	215
50-54	181	390632	-0.8	172
55-59	145	372490	-0.5	134
60-64	111	346186	-0.3	98
65-69	92	306649	-0.2	74
70-74	67	248840	-0.1	46
75-79	41	172444	-0.1	22
80-84	18	91395	0.0	7
85+	6	39221	0.0	
Total	6,613		-34.4	

Encore besoin d'estimer le premier groupe d'âge à partir des données sur la fécondité

## Population féminine du “Westlands”, de 2010 à 2015 - Exemple (suite)

4. Calculer le nombre total de naissances durant l'intervalle

En multipliant les taux de fécondité par âge projetés ( $f_x$ ) avec le nombre moyen de femme dans chaque groupe d'âge entre 15 et 49 ans → vous obtenez une estimation des naissances par âge des mères qui ont eu lieu durant l'intervalle

$$N_{15-19} = (706+782)/2 * 0.0967 = 360$$

Additionné les naissances par âge des mères afin d'obtenir le nombre total de naissances

$$N = 2,728$$

Age group	Population in 2010	Population in 2015	Age-specific fertility rates	Births by age of mother
0-4	1,084			
5-9	922	1,060		
10-14	793	912		
15-19	706	782	0.0967	360
20-24	623	690	0.2089	686
25-29	528	607	0.2405	682
30-34	442	515	0.2239	536
35-39	355	431	0.1626	320
40-44	277	345	0.0780	121
45-49	223	268	0.0192	24
50-54	181	215		
55-59	145	172		
60-64	111	134		
65-69	92	98		
70-74	67	74		
75-79	41	46		
80-84	18	22		
85+	6	7		
Total	6,613		5.15	2728
Female births				

## Population féminine du "Westlands", de 2010 à 2015 - Exemple (suite)

$$P_{2010}^f = 6,613 \rightarrow P_{2015}^f = 7,632$$

Age	Population in 2010	Person-years lived - ${}_5L_x$ ( $e_0=64$ )	Net migrant population	Population in 2015	Age-specific fertility rates	Births by age of mother
0-4	1,084	469097	-2.1			
5-9	922	459092	-0.9	1,060		
10-14	793	454840	-0.8	912		
15-19	706	450622	-4.0	782	0.0967	360
20-24	619	446422	-6.9	690	0.2089	686
25-29	532	442222	-6.4	607	0.2405	682
30-34	445	438022	-4.7	515	0.2239	536
35-39	358	433822	-3.1	431	0.1626	320
40-44	271	429622	-2.0	345	0.0780	121
45-49	184	425422	-1.3	268	0.0192	24
50-54	97	421222	-0.8	215		
55-59	10	417022	-0.5	172		
60-64	1	412822	-0.3	134		
65-69	0	408622	-0.2	98		
70-74	0	404422	-0.1	74		
75-79	41	172444	-0.1	46		
80-84	18	91395	0.0	22		
85+	6	39221	0.0	7		
Total	6,613		-34.4		5.15	2728
Female births						1337

5. Utiliser le rapport de masculinité à la naissance afin d'estimer les naissances féminines (considérer les hypothèses)

$$N^f = 2,728 / 2.04 = 1,337$$

6. Appliquer les taux de survie à ses naissances afin d'estimer les survivants  ${}_5P_0^f$  en 2015

$$S_{b,0} = \frac{nL_0}{n \times l_0}$$

$${}_5P_0^f = 1,337 * (469097 / 500,000) \approx 1,254$$

7. Ajusté pour la migration du groupe d'âge (-2.1)

$${}_5P_0^f = 1,254 - 2.1 = 1,252$$

## Population féminine du “Westlands”, de 2010 à 2015 - Exemple (suite)



5. Utiliser le rapport de masculinité à la naissance afin d'estimer les naissances féminines (considérer les hypothèses du rapport de masculinité)

*D'un rapport de masculinité à une proportion :*

**Rapport de masculinité (hommes/femmes) = 1.04 homme pour 1.00 femme**

**Total hommes+femmes = 2.04**

**Proportion masculine =  $1.04/2.04 = 0.51$**

**Proportion féminine =  $1.00/2.04 = 0.49$**

E.g.:  $N^f = 2,728/2.04 = 2,728 * (1.00/2.04) = 2,728 * (1-1.04/2.04) = 1,337$



# Séance 2 : Exercice pratique



1. Ouvrir le fichier : S 2 Exercice\_Méthodes de projection.doc
2. Travailler avec le fichier Excel : S 2 Exercice\_Méthode de projection.xls
3. Travailler avec le programme PROJECT dans MORTPAK

MORTPAK FOR WINDOWS - [Selected application is PROJECT (Untitled1)]

File Edit View Application Run Chart Window Help

Input File Name: C:\Program Files (x86)\MORTPAK4\Untitled.MPL  
When last updated: 27 February 2016

Single-year population projection based on cohort-component technique.

DATA ENTRY HELP  
SHOW DOCUMENT OUTPUT

TITLE:

Year of Base Population (4 digits):			Base Year Population by Age and Sex			Assumed Fertility, Mortality and Migration Levels					
Month of Base Population:	Day of Base Population:	End Year of Projection:	Age Group	Males	Females	Projection Period	TFR	e(0) Males	e(0) Females	Migration Males	Migration Females
			0 - 5								
			5 - 10								
		Year(s)	10 - 15			Initial period					
			15 - 20								
			20 - 25			Final period					
			25 - 30								
			30 - 35								
			35 - 40								
			40 - 45								
			45 - 50								
			50 - 55								
			55 - 60								
			60 - 65								
			65 - 70								
			70 - 75								
			75 - 80								
			80 - 85								
			85+								

Enter data below only if "User-Defined Model" was selected as the model life table pattern.

User Defined Model  $q(x,n)$  Values

Age Group	Males	Females
0 - 1		
1 - 5		
5 - 10		
10 - 15		
15 - 20		
20 - 25		
25 - 30		
30 - 35		
35 - 40		
40 - 45		
45 - 50		
50 - 55		
55 - 60		

Current and Projected Fertility Patterns

Age Group	Base Year	End Year
15 - 20		
20 - 25		
25 - 30		

***Merci***

## Questions ?

>> jusqu'au 2 décembre :



>> Après le 2 décembre :

[pelletierf@un.org](mailto:pelletierf@un.org)  
[spoorenberg@un.org](mailto:spoorenberg@un.org)



Atelier régional sur les projections de population  
Dakar, 28 Novembre – 2 Décembre 2016

